

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Pembelajaran matematika mengalami perubahan dalam konteks perubahan mutu pendidikan sehingga diperoleh hasil pembelajaran yang optimal. Upaya terus dilakukan untuk terwujudnya suatu pembelajaran yang inovatif sesuai dengan perkembangan zaman dan teknologi pendidikan. Perkembangan ilmu pengetahuan dijadikan suatu instrumen dalam mengembangkan pembelajaran matematika, sehingga dapat menentukan kualitas pendidikan. Oleh karena itu, merupakan suatu hal yang logis untuk memperhatikan kualitas pembelajaran matematika.

Matematika erat kaitanya dengan penggunaan logika manusia. Penggunaan logika didasarkan atas aturan-aturan matematika dalam bentuk postulat dan teorema untuk menganalisis dan memecahkan segala permasalahan aljabar maupun geometri. Seperti yang diutarakan James dan James (Suherman, 2003, hlm. 32) bahwa matematika adalah ilmu tentang logika mengenai bentuk (bangun geometri), susunan, besaran, dan konsep-konsep yang berhubungan satu dengan yang lainnya yang terbagi ke dalam tiga bidang, yaitu aljabar, analisis, dan geometri. Ketiganya memerlukan suatu proses pembelajaran yang optimal supaya konstruksi suatu konsep dapat lebih dipahami oleh para mahasiswa calon guru.

Mempelajari matematika berarti akan mempelajari juga cabang dari matematika yaitu geometri. Semua yang ada di alam ini merupakan keteraturan (*sunnatulloh*) yang direpresentasikan dalam bangun geometri, sehingga matematika melalui cabangnya ilmu geometri mempelajari tentang konsep yang terkandung dalam benda-benda yang ada di alam ini melalui konsep-konsep geometri. Pengkajian tentang pembelajaran geometri terus dikembangkan dengan tujuan mengoptimalkan pembelajaran geometri salah satunya untuk mengoptimalkan kemampuan pembuktian geometri.

Sebagai cabang dari matematika, geometri adalah sebuah formalisasi penalaran tentang objek yang terjadi disetiap situasi sehari-hari. Akan tetapi, geometri sehari-hari dan geometri sebagai sesuatu disiplin formal dibedakan menjadi dua sistem

praktis. Dasar perbedaan diantara keduanya adalah sebagai berikut: geometri sehari-hari adalah mengutamakan pengalaman empiris sedangkan geometri formal adalah suatu sistem aksiomatik. Dalam geometri sehari-hari, kebenaran dari suatu pernyataan biasanya divalidasi oleh pengalaman. Sedangkan pada geometri formal, kebenaran suatu pernyataan di validasi menggunakan argumentasi deduktif yang pada umumnya diorganisasikan dalam bentuk sebuah bukti (Zlatan, 2013).

Aspek pembuktian geometri ada pada pokok bahasan di sekolah baik dari jenjang sekolah dasar hingga pada jenjang perguruan tinggi. Pembelajaran konsep dasar geometri adalah kesungguhan, berbasis pengalaman, tetapi juga hampir semua kurikulum di setiap jenjang pendidikan terdapat pembuktian deduktif sebagai sebuah kekayaan untuk mengetahui kebenaran dari pernyataan-pernyataan (aksioma, teorema) geometri (Zlatan, 2013).

Geometri sebagai cabang matematika menjadi bagian penting untuk dikembangkan dalam pembelajaran matematika di kelas. Menurut Jones (2002, hlm. 124) tujuan dilakukannya pembelajaran geometri kurang lebih adalah sebagai berikut:

1. mengembangkan kemampuan spasial, intuisi geometris dan kemampuan untuk memvisualisasikan bangun geometri.
2. untuk menambah pengetahuan tentang geometri dimensi 2 dan dimensi 3.
3. untuk mengembangkan pengetahuan dan pemahaman, serta kemampuan untuk menggunakan sifat geometris dan teorema.
4. untuk mendorong pengembangan dan penggunaan konjektur, penalaran deduktif dan menyusun bukti geometri.
5. untuk mengembangkan keterampilan menerapkan geometri melalui pemodelan dan pemecahan masalah dalam konteks dunia nyata.
6. untuk menimbulkan sikap positif terhadap matematika
7. untuk mengembangkan kesadaran tentang warisan sejarah dan budaya geometri di masyarakat, dan aplikasi kontemporer geometri.

Tujuan tersebut sejalan dengan tujuan pendidikan matematika di Indonesia yang tertuang dalam Permendikbud nomor 59 tahun 2014, yaitu dapat memahami konsep matematika, yaitu menjelaskan keterkaitan antar konsep, mampu menggunakan

penalaran serta mampu menyusun bukti matematika dengan menggunakan kalimat lengkap, simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah (Kemendikbud, 2014, hlm. 328).

Dari beberapa tujuan pembelajaran geometri yang telah diungkapkan salah satunya adalah menyusun bukti geometri. Dalam menyusun bukti diperlukan suatu prosedur formal yang didasarkan pada pemikiran yang rasional. Menurut Manktelow (2005, hlm. 34) suatu yang rasional berarti ketaatan pada sistem formal. Prosedur formal pada matematika harus dipahami sebagai sebuah aturan yang harus ditaati dalam melakukan langkah-langkah pembuktian ataupun perhitungan-perhitungan matematis. Apabila langkah-langkah pembuktian maupun perhitungan yang dilakukan tidak sesuai dengan prosedur formal matematika, maka dapat dikatakan tidak menggunakan kemampuan penalaran matematis dengan baik. Oleh karena itu, sebelum melakukan penalaran terhadap sebuah permasalahan matematika hendaknya harus dipahami terlebih dahulu prosedur-prosedur formal matematika dalam bentuk aksioma, teorema dan akibat-akibatnya.

Komponen geometri dalam kurikulum matematika sekolah berbagai negara, tidak hanya menempatkan proses membangun visualisasi spasial dan kemampuan pemahaman matematis, akan tetapi juga menempatkan kapasitas mereka dalam menyusun penalaran deduktif dan pembuktian (Fujita & Jones, 2007 dan Jones, 2002). Termasuk dalam kurikulum di Indonesia yaitu kurikulum 2013. Berdasarkan Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan No. 21 Tahun 2016 tentang Standar Isi Pendidikan Dasar dan Menengah mengungkapkan bahwa pada pembelajaran geometri, salah satu kompetensi yang harus dimiliki oleh siswa adalah pembuktian sifat-sifat bangun geometri dan menyusun bukti/ justifikasi dalam materi geometri.

Herbs (2002) menegaskan bahwa peran bukti dalam matematika sekolah adalah bukti direpresentasikan hanya untuk kepentingan menetapkan kebenaran dari sebuah teorema. Siswa tidak diharuskan untuk menghasilkan buktinya sendiri, tapi hanya mereproduksi bukti yang telah diterangkan oleh gurunya. Pembuktian menjadi hal bagian penting dalam penentuan kurikulum sekolah di berbagai negara. Hal inilah yang menjadikan beberapa negara memasukkan penalaran dan pembuktian kedalam salah satu standar prosesnya. Artinya dalam setiap pembelajaran seorang guru

hendaknya memasukan unsur dalam setiap pembelajaran di kelas. Oleh karena itu, untuk memperkuat seorang guru dalam mengajarkan bukti di sekolah, diperlukan tindakan peningkatan kemampuan mahasiswa calon guru dalam hal menyusun bukti matematis secara umum dan pada khususnya menyusun bukti geometri. Untuk itu, supaya meningkatkan kompetensi mahasiswa calon guru ketika menjadi guru perlu dilakukan sebuah studi tentang kemampuan pembuktian matematis pada khususnya materi geometri.

Dari perspektif perkembangan kognitif, Tall (Arnawa, 2009, hlm. 63) menjelaskan bahwa representasi bukti berkembang melalui empat tahapan, yaitu: bukti enaktif (*enactive proof*), bukti visual (*visual proof*), bukti simbolik (*symbolic proof*), dan bukti formal (*formal proof*). Bukti enaktif, melibatkan peragaan fisik untuk menunjukkan suatu kebenaran; bukti visual, melibatkan pembuatan grafik atau gambar; bukti simbolik, melibatkan pemanipulasian simbol-simbol aljabar; dan bukti formal melibatkan penalaran deduktif.

Akan tetapi, pembuktian matematika pada materi geometri akhir-akhir ini menjadi kendala dalam proses pembelajaran, pada khususnya pembelajaran geometri. Wahyudin (2008, hlm. 35-36), pembuktian merupakan suatu area yang sangat sukar bagi para pelajar di perguruan tinggi, bahkan para siswa di tingkat pasca sekolah sekunder pun menemukan pembuktian sebagai area yang sangat sukar karena pengalaman mereka dalam menulis pembuktian hanyalah didalam sebuah pelajaran geometri sekolah menengah. Jadi, mereka memiliki perspektif yang terbatas. Kesulitan menganalisis sifat-sifat geometri yang diwujudkan dalam bentuk teorema-teorema sehingga tercipta sebuah konsep banyak dialami oleh para pembelajar geometri termasuk para mahasiswa calon guru matematika. Disamping itu, Suryadi (Isnarto, 2014) mengungkapkan kegiatan pembuktian merupakan kegiatan bermatematika yang dipandang sulit oleh siswa untuk mempelajarinya dan oleh guru untuk mengajarkannya antara lain adalah jastifikasi atau pembuktian. Menulis bukti merupakan kegiatan yang kompleks karena kegiatan tersebut menuntut pemahaman terhadap struktur dasar penalaran deduktif.

Berbagai penelitian pengajaran tentang bukti dan pembuktian juga menemukan bahwa para mahasiswa belum mencapai pada kemampuan pembuktian yang

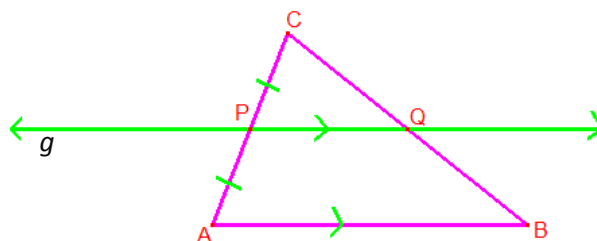
diharapkan (Mariotti, 2007; Mariotti dan Balacheff, 2008). Pada pembelajaran geometri di Indonesia, pembuktian hanya dijadikan sebagai upaya meyakinkan siswa sebuah konsep geometri yang dilakukan oleh seorang guru. Guru menunjukkan bukti geometri untuk menunjukkan kebenaran rumus-rumus geometri (seperti rumus luas daerah dan keliling suatu bangun geometri) yang selanjutnya rumus itu digunakan untuk menyelesaikan masalah geometri secara deduktif. Oleh karena itu, pembelajaran terkait pembuktian geometri harus lebih dioptimalkan dalam setiap pembelajaran di kelas.

Selain itu, hasil penelitian yang telah dilakukan Knuth (2002, hlm. 77) yang menyimpulkan pengetahuan mahasiswa calon guru dalam konsep pembuktian masih terbatas. Selanjutnya Malcolm (2005, hlm. 8) mengungkapkan keterbatasan mahasiswa dalam pembuktian matematis itu dapat dilihat dengan adanya kesalahan-kesalahan yang biasanya terjadi dalam menyusun bukti yaitu: 1) mahasiswa hanya bekerja pada kasus-kasus khusus dengan Induktif daripada menggunakan deduktif argumen, 2) adanya argumen yang masih dianggap hasilnya harus dibuktikan, dan 3) mahasiswa menentukan argumen yang mengandung asumsi yang tidak valid. Selain itu, Moore (1994) juga mengungkapkan beberapa kesulitan-kesulitan yang dialami oleh mahasiswa calon guru dalam menyusun bukti, yaitu: 1) kesulitan untuk memahami dan menyatakan definisi; 2) memiliki keterbatasan intuisi terkait konsep yang akan dibuktikan; 3) kurangnya konsep yang dikuasai mahasiswa sehingga tidak memadai untuk menyusun bukti yang sedang dihadapi; 4) ketidak mampuan mahasiswa membuat contoh sendiri untuk memperjelas pembuktian 5) ketidak tahuan mahasiswa dalam memahami manfaat definisi sebagai bahan untuk menyusun bukti; 6) ketidakmampuan mahasiswa menggunakan bahasa dan simbol atau notasi matematis; 7) ketidaktahuan mahasiswa untuk mengawali pembuktian.

Temuan tentang kesulitan mahasiswa dalam menyusun bukti juga juga ditemukan dari hasil penelitian yang dilakukan Selden & Selden (2007) yang menginvestigasi 61 mahasiswa didalam sebuah perkuliahan di suatu universitas menyimpulkan mahasiswa dalam membangun bukti masih sangat mengecewakan yaitu hanya 40% mahasiswa menunjukkan bukti penalaran deduktif untuk hasil yang biasa dan hanya 10% mahasiswa menunjukkan bukti untuk hasil yang tidak biasa.

Meskipun begitu hampir sebagian besar mahasiswa (84% dalam geometri, 62% dalam aljabar) telah menyadari bahwa setiap kali pernyataan terbukti tidak ada pekerjaan lebih lanjut diperlukan untuk memeriksa apakah itu diterapkan untuk berbagai contoh tertentu. Sementara itu, hasil penelitian penelitian Martin & Harel (Heinze & Reiss, 2005, hlm. 2) yang menginvestigasi mahasiswa dari 128 perguruan tinggi menggunakan observasi, tes dan interview. Hasil dari penelitian itu mengungkapkan dari 101 mahasiswa hanya 10% dari mahasiswa menolak semua argumen induktif, 80% memberikan evaluasi positif untuk menggunakan argumen induktif. Argumen deduktif secara umum lebih baik daripada argumen induktif.

Selain itu, dari studi pendahuluan yang dilakukan di dalam sebuah perkuliahan mata kuliah geometri Euclid, yang terdiri dari 30 mahasiswa calon guru matematika pada suatu perkuliahan di program studi pendidikan matematika pada salah satu Universitas. Pada akhir perkuliahan mahasiswa diberikan 2 buah tes bukti geometri dengan 1 tes tentang bukti tak langsung (kontradiksi) dan 1 tes berkaitan dengan bukti langsung. Berikut salah satu tes bukti geometri yang diajukan:



Diketahui $\triangle ABC$ dengan titik P adalah titik tengah sisi AC. Garis $g \parallel AB$ melalui titik P dan memotong BC di titik Q. Buktikan bahwa titik Q adalah titik tengah BC.

Selanjutnya mahasiswa diperintahkan untuk mengerjakan soal tersebut dengan memperhatikan langkah-langkah pembuktian yang meliputi fase *conjecturing*, *formulating statement*, *explorating*, *selection and combination of coherent arguments with deductive chain*, *testing result*, dan *writing formal proof* (Marriotti, 2007). Dari hasil studi pendahuluan didapatkan data pada fase *conjecturing*

(menentukan konjektur) terdapat 57,14% mahasiswa mengetahui informasi yang diberikan dan apa yang harus dibuktikan; 54,29% mengetahui hubungan sebab akibat dari masalah yang akan dibuktikan; 50% dapat menggambarkan sketsa diagram lengkap dengan simbol dan notasi geometri dan 34,29% membuat pernyataan berdasarkan informasi yang diketahui dan sketsa diagram yang telah dibuat. Pada fase *formulating statement* (memformulasikan pernyataan) terdapat 31,43% mahasiswa dapat menuliskan konjektur yang telah dibuat dalam bentuk simbol-simbol geometri, formula-formula geometri dan deduksi aksiomatis. Pada fase *exploring* (ekplorasi) terdapat 28,57% mahasiswa yang dapat mengeksplorasi pernyataan valid dan tidak valid dari konjektur yang telah dibuat. Sehingga, pada fase *conjecturing* (menentukan konjektur), mahasiswa masih belum optimal dalam menentukan konjektur terhadap masalah yang akan dibuktikan.

Selanjutnya pada *selection and combination of coherent arguments with deductive chain* terdapat 28,57% mahasiswa yang dapat memilih pernyataan valid dari konjektur yang telah dibuat dan 25,71% mahasiswa yang dapat membuat keterkaitan antara pernyataan-pernyataan valid dengan menggunakan aturan deduksi aksiomatis. Pada fase *testing result* terdapat 25% mahasiswa yang melakukan pengujian terlebih dahulu bukti geometri sebelum menuliskannya secara formal. Selanjutnya pada fase *writing formal proof* hanya terdapat 13,33% mahasiswa yang dapat menuliskan bukti secara formal. Hal tersebut menandakan bahwa mahasiswa masih mengalami kesulitan dalam menuliskan bukti dari masalah yang akan dibuktikan.

Salah satu tujuan pembelajaran geometri adalah untuk mengembangkan pengetahuan dan pemahaman terhadap sifat dan teorema geometri. Pemahaman tersebut dimaksudkan untuk mendorong mahasiswa dalam mengembangkan penggunaan konjektur, penalaran deduktif dan menyusun bukti geometri. Dalam pembelajaran geometri pengembangan kemampuan pemahaman, penalaran dan pembuktian perlu dikembangkan. Hal tersebut senada dengan pendapat Ghazali & Zakaria (2011, hlm. 685) yang mengungkapkan bahwa dalam proses pembelajaran matematika harus memfokuskan keseimbangan antara prosedural dan pemahaman konsep matematis, penalaran dan pembuktian.

Untuk memahami sebuah bukti konsep geometri, mahasiswa harus memahami postulat geometri baik berupa fakta, prinsip dan prosedur yang direpresentasikan dalam bentuk aksioma maupun teorema sehingga pemahaman mahasiswa terhadap suatu konsep geometri sangatlah penting bahkan menjadi fondasi utama mahasiswa dalam mengkonstruksi bukti geometri. Hal tersebut senada dengan yang telah diungkapkan Wahyudin (2008, hlm. 537) yaitu seorang mahasiswa membangun suatu pandangan sebagai keutuhan yang berhubungan terpadu, mereka lebih memandang skil-skil dan konsep-konsep matematis secara terpisah. Jika pemahaman-pemahaman konseptual dikaitkan dengan prosedur-prosedur, para mahasiswa tidak akan memandang sebagai sekumpulan aturan-aturan yang disukainya. Integrasi dari prosedur-prosedur dan konsep-konsep mestilah menjadi bagian sentral dalam setiap pembelajaran matematika di kelas.

Selanjutnya Moursund (Isnarto, 2014) menyatakan bahwa dalam pendidikan tinggi, komponen dominan dalam kematangan bermatematika adalah kemampuan pembuktian, berpikir logis, kritis, kreatif dan penalaran yang terkait dalam memahami dan melakukan pembuktian. Fokus dari kematangan matematika adalah kemampuan pemahaman konsep dan penalaran untuk digunakan dalam proses eksplorasi dalam rangka menentukan bukti geometri. Selanjutnya, untuk membentuk suatu bukti tergantung pada proses penalaran dan pemahaman konsep yang lebih mendalam untuk menentukan teknik dan strategi bukti yang diinginkan (Zaslavsky *et.al*, 2011).

Menurut Hope (Ghazali & Zakaria, 2011, hlm. 685) kemampuan pemahaman konsep adalah pengetahuan yang berfokus pada keterampilan dan prosedur langkah demi langkah secara eksplisit dari ide matematika. Untuk memecahkan masalah bukti geometri, mahasiswa menuangkan ide-ide matematikanya untuk selanjutnya dengan menggunakan langkah-langkah prosedur pembuktian dituliskan dengan bukti formal. Sehingga, kemampuan pemahaman konsep harus dimiliki mahasiswa dalam menyelesaikan masalah pembuktian matematis pada materi geometri.

Langkah-langkah prosedur dalam pembuktian menjadi bagian penting dalam pembelajaran matematika, akan tetapi pemahaman konsep matematis jauh lebih penting dalam tujuan pembelajaran matematis (NCTM, 2000). Hal tersebut

dikarenakan pemahaman mahasiswa terhadap suatu konsep matematika yang sedang dipelajari menjadi fondasi untuk mengembangkan kemampuan-kemampuan matematis yang lain.

Selain itu, Hilbert dan Carpenter (1992, hlm. 69) menegaskan bahwa salah satu ide yang paling banyak diterima dalam pendidikan matematika adalah siswa harus memahami konsep matematika yang sedang dipelajarinya. Pirie & Kieren (1994, hlm. 165) mengemukakan pentingnya gagasan pemahaman konsep matematis dalam pendidikan matematika banyak dipelajari untuk menyoroti pertumbuhan dan mengidentifikasi tindakan pedagogis yang merupakan bahan kajian yang harus terus dipelajari.

Akan tetapi dari beberapa penelitian terkait kemampuan pemahaman konsep matematis menduga kemampuan pemahaman konsep matematis masih perlu ditingkatkan. Hasil penelitian Jojo (2015) mengungkapkan bahwa mahasiswa memiliki pemahaman konsep yang kurang karena tidak memiliki landasan visual yang kuat dan perbedaan dalam memahami sifat-sifat geometri sehingga mengakibatkan ketidak mampuan dalam membentuk konstruksi mental untuk membuat makna pada permasalahan geometri yang dihadapinya. Hasil penelitian yang dilakukan Ningsih (2016) juga menyimpulkan bahwa kemampuan pemahaman konsep matematis mahasiswa masih lemah dalam menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis dan mengaplikasikan konsep dalam pemecahan masalah. Selanjutnya hasil penelitian Hasnida & Effendi (1991) mengungkapkan bahwa kemampuan pemahaman konsep mahasiswa dalam geometri masih lemah yang diakibatkan kurangnya pemahaman mahasiswa dalam menentukan hubungan linier antar sifat-sifat geometri untuk digunakan dalam menyelesaikan masalah geometri. Sehingga, untuk mendukung kemampuan pembuktian matematis, kemampuan pemahaman konsep menjadi perhatian.

Matematika adalah sistem konseptual yang terorganisir secara logis (Godino, 1996), sehingga pemahaman konsep matematis dibangun atas dasar penalaran (Stacey & Vincent, 2008, hlm. 475). Kemampuan penalaran matematis harus menjadi bagian penting dalam pembelajaran matematika pada setiap jenjang pendidikan. Penalaran pada setiap jenjang pendidikan dibangun untuk memperkuat

konsep dasar dan melatih proses berpikirnya sehingga mahasiswa terbiasa untuk menggunakan logika dalam setiap pembelajaran matematika.

Penalaran dan pembuktian pada tingkatan yang sesuai merupakan bagian yang sangat penting dalam pembelajaran matematika (Stacey & Vincent, 2008, hlm. 475). Penalaran dan pembuktian harus diintegrasikan dalam setiap pembelajaran matematika disetiap jenjang pendidikan tak terkecuali pada jenjang perguruan tinggi (NCTM, 2000). Sehingga, dalam mengajarkan bukti kepada mahasiswa diperlukan sebuah penalaran mahasiswa terhadap situasi masalah yang akan dibuktikan terkait teorema yang digunakan, akibat yang ditimbulkan oleh teorema yang digunakan hingga pada suatu kesimpulan akhir yaitu sebuah bukti (Jones, 2002, hlm. 5).

Sedangkan Wahyudin (2008, hlm. 520) mengungkapkan penalaran dan pembuktian matematis menawarkan cara-cara yang tangguh untuk membangun dan mengekspresikan gagasan-gagasan tentang beragam fenomena yang luas. Orang-orang yang menggunakan nalar dan berpikir secara analitis cenderung memperhatikan pola-pola, struktur atau keteraturan-keteraturan baik itu dalam situasi-situasi dunia nyata maupun objek-objek simbolis.

Brodie (2010, hlm. 7) mengungkapkan penalaran matematis adalah kemampuan untuk menganalisis situasi matematis dan mengkonstruksi argumen logis terhadap objek matematika. Penalaran matematis merupakan kemampuan dasar yang dibutuhkan untuk memahami konsep-konsep matematis, menggunakan ide-ide dan prosedur matematika yang fleksibel, serta untuk merekonstruksi pengetahuan matematika yang dipahami. Objek matematika yang bersifat abstrak harus dipahami sebagai satu kesatuan konsep yang masuk akal. Kemampuan penalaran matematis dibutuhkan untuk memahami konsep-konsep matematika yang abstrak tersebut. Menuangkan ide-ide dan prosedur matematika dalam bentuk pernyataan akan berkembang seiring dengan berkembangnya kemampuan penalaran matematis. Seorang mahasiswa dapat menentukan prosedur matematika sesuai dengan teorema dan dapat diterima secara nalar membutuhkan sebuah kemampuan menganalisis dan mengkonstruksi ide pemikirannya dari pengetahuan yang dimilikinya. Dengan ide pemikirannya, mahasiswa dapat merekonstruksi pengetahuan yang dimilikinya untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan matematis yang akan dibuktikan.

Selain itu, Wardhani (Utami *et.al*, 2014, hlm. 8) mengungkapkan salah satu kemampuan yang harus dibangun dalam kemampuan penalaran matematis adalah kemampuan menyusun bukti, memberikan alasan/ bukti terhadap kebenaran solusi. Seberapa besar penalaran mahasiswa dalam merumuskan argumen logis sangat dibutuhkan untuk memberikan alasan suatu bukti matematis yang telah disusunnya.

Dari data kesulitan mahasiswa dalam pembuktian matematis yang telah diungkapkan, maka kemampuan pembuktian matematis harus ditingkatkan dengan memperhatikan kemampuan pemahaman konsep dan penalaran matematis. Untuk mengembangkan kemampuan pemahaman konsep, penalaran dan pembuktian matematis diperlukan sebuah model pembelajaran yang mempunyai karakteristik membangun kategori, menentukan masalah dan menciptakan lingkungan yang mendukung. Menurut Reed (1996) untuk menciptakan pembelajaran geometri dalam rangka meningkatkan kemampuan pemahaman geometri, maka pembelajaran harus berpusat pada aktivitas mahasiswa. Mahasiswa membutuhkan kegiatan aktif dalam pembelajaran geometri. Disamping itu, mahasiswa juga membutuhkan proses penemuan teorema atau sifat-sifat geometri dan memerlukan waktu yang cukup untuk mengeksplorasi serta merefleksikan ide barunya. Sedangkan Heinze & Reiss (2003) mengungkapkan untuk mengembangkan kemampuan penalaran dan pembuktian matematis diperlukan sebuah pembelajaran yang memberikan kesempatan pada mahasiswa dalam tugas-tugas yang mengarahkan pada penentuan konjektur, eksplorasi terhadap konjektur yang telah dibuat, menjelaskan dan menuliskan bukti secara formal. Kegiatan-kegiatan tersebut dapat dilaksanakan dengan kegiatan diskusi antar kelompok untuk bertukar pikiran ide-ide untuk menentukan kebenaran dari konjektur yang telah dibuat.

Disamping itu, pembelajaran pemahaman konsep memfokuskan pada aspek pembentukan kategori dan penggunaan konsep untuk menafsirkan pengalaman dan memecahkan masalah (Moreno, 2007). Pembelajaran yang dilakukan untuk meningkatkan pemahaman konsep dilakukan dengan pemrosesan informasi mencakup ide-ide pemahaman konseptual adalah esensi dari pembelajaran yang bermakna dan merupakan kunci untuk berpikir tingkat yang lebih tinggi. Selain itu, pada teori konstruktivisme sangat membebani kebutuhan untuk pemahaman konsep

yang merupakan dasar bagi seorang mahasiswa dalam membangun pengetahuannya (Sigler & Saam, 2002).

Model pembelajaran yang mempunyai karakteristik yang memberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk mengeksplorasi ide pemikirannya diantaranya *guided discovery learning*. Hal ini didasarkan pada model pembelajaran *guided discovery learning* merupakan sistem dua arah dimana proses pembelajarannya melibatkan mahasiswa dan dosen. Mahasiswa melakukan penemuan (*discovery*) dan dosen berperan dalam memberikan bimbingan (*guided*) dengan menganalisis kesulitan dalam memecahkan masalah yang dihadapi oleh mahasiswa (Hamalik, 2006, hlm. 46). Selain itu, Thorshet (2010, hlm. 2) mengungkapkan bahwa model *guided discovery learning* adalah model pembelajaran yang mendorong mahasiswa untuk mengajukan suatu pertanyaan, merumuskan jawaban alternatif, dan menyimpulkan prinsip-rinsip umum dari contoh-contoh praktis melalui bimbingan guru atau dosen. Peran pengajar dalam model ini adalah sebagai fasilitator untuk mengarahkan para mahasiswa dalam mengembangkan ide-idenya untuk merumuskan jawaban hingga pada penarikan suatu kesimpulan konsep-konsep matematika yang sedang dipelajari.

Bicknell-Holmes & Hoffman (Castronova, 2006, hlm. 4) menggambarkan tiga sifat utama *guided discovery learning* yakni : (1) mengeksplorasi dan memecahkan masalah untuk membuat, mengintegrasikan, dan menggeneralisasi pengetahuan. (2) aktivitas-aktivitas berdasar ketertarikan dimana mahasiswa menentukan tahapan dan frekwensi, dan (3) aktivitas-aktivitas yang mendorong integrasi pengetahuan baru kedalam dasar pengetahuan mahasiswa yang telah ada.

Disamping itu, Blake *et al.* (Rochaminah, 2008, hlm. 32) membahas tentang *discovery* yang dipublikasikan oleh Whewell. Whewell mengajukan metode *discovery* dengan tiga tahap, yaitu: (1) mengklarifikasi, (2) menarik kesimpulan secara induktif, (3) membuktikan kebenaran (verifikasi). Dari tiga tahap tersebut terlihat bahwa dalam *guided discovery learning* keaktifan mahasiswa sangat dibutuhkan untuk menuangkan ide dari suatu masalah matematika sehingga siswa dapat mengklarifikasi sebuah persoalan untuk kemudian mengidentifikasi fakta-

fakta untuk menarik sebuah kesimpulan. Setelah siswa menarik kesimpulan siswa juga dapat membuktikan kebenaran dari kesimpulan tersebut.

Dari sifat-sifat tersebut sangat relevan dengan mengembangkan kemampuan pemahaman konsep matematis, penalaran dan pembuktian matematis karena dalam pembuktian dibutuhkan kegiatan eksplorasi terhadap konjektur. Selain itu, dalam pembuktian matematis juga diperlukan proses pemahaman teorema-teorema yang selanjutnya rangkai menjadi sebuah pernyataan yang benar menggunakan prosedur penalaran sehingga pada akhirnya didapatkan suatu bentuk umum dalam bukti formal.

Pada model *guided discovery learning* struktur pembelajarannya menekankan siswa untuk menemukan pola-pola, aturan, prinsip, dan struktur matematik melalui eksplorasi terhadap contoh-contoh. Sebagaimana yang dikemukakan Taba (Tresnadi, 2006, hlm. 21) bahwa *guided discovery learning* melibatkan suatu urutan induktif, urutan ini dimulai tidak dengan penjelasan sebuah prinsip umum tetapi dengan menghadapkan mahasiswa kepada beberapa contoh dari prinsip, dimana mereka dapat menganalisis, memanipulasi dan bereksperimen. Sehingga melalui pembelajaran tersebut mahasiswa dapat mengembangkan kemampuan penalaran dan pembuktian matematis.

Menurut Dyer, et al. (2011, hlm. 9) terdapat 5 tahapan terurut kegiatan *discovery* dalam pembelajaran yakni: 1) *Association* (asosiasi); 2) *Questioning* (bertanya); 3) *Observing* (mengamati); 4) *Networking* (membuat jejaring); dan 5) *Experimenting* (melakukan percobaan). Pada tahapan *questioning*, mahasiswa memerlukan bagaimana strategi bertanya yang efektif dalam menjelaskan ide-ide mereka dalam menyusun bukti geometri. Oleh karena itu, untuk membantu mahasiswa mengeksplorasi pengetahuannya dalam membuktikan dan mengoneksikan masalah yang akan dibuktikan, dibuktikan cara untuk mengontrol proses berpikirnya.

Menurut Howee (Hermawan & Sondang, 2013, hlm. 33) yang mengungkapkan ciri utama dari model *guided discovery learning* dalam kegiatan pembelajaran yaitu motivasi (*motivation*); pengumpulan data (*data collecting*); pemrosesan data (*data processing*); kegiatan penutup (*closure*); penilaian (*appraisal*). Pada kegiatan pengumpulan data, mahasiswa mengumpulkan lebih dari satu data untuk merangsang

pemikiran mahasiswa tentang satu rangkaian pengamatan. Begitupula pada tahapan pemrosesan data yang melibatkan mahasiswa untuk mencoba menarik kesimpulan dari data yang telah dikumpulkan. Dari kedua tahapan tersebut diperlukan suatu rasa ingin tahu dari mahasiswa yang direpresentasikan dalam sebuah pertanyaan-pertanyaan yang ada pada dirinya. Oleh Karena itu, diperlukan suatu strategi untuk membantu mahasiswa mengontrol pikiranya. Salah satu strategi untuk membantu mahasiswa mengontrol pikiranya dalam kegiatan pembuktian adalah strategi *self explanation*.

Menurut Yopp (2010) argumen yang menjelaskan (*explanation*) kebenaran dari dugaan (konjektur) yang telah dibuat adalah bagian dari pembelajaran yang dapat meningkatkan kemampuan pemahaman konsep seorang mahasiswa. Hannah (1990) juga menegaskan bahwa seorang matematikawan lebih memilih argumen yang menjelaskan alasan mengapa ide-ide yang diungkapkan dapat menentukan kebenaran dari konjektur yang telah dibuatnya. Melalui kegiatan menjelaskan konsep, teorema dan masalah yang harus dibuktikan, mahasiswa dapat melakukan refleksi terhadap pemahamannya pada materi geometri yang sedang dipelajarinya.

Chan & Yeh(2008, hlm. 179) *self-explanation* adalah sebuah strategi metakognitif yang efektif untuk menjelaskan dan memahami materi pembelajaran oleh diri sendiri. *Self-explanation* akan menengahi pemikiran individu untuk memenuhi kesenjangan antara model mental internal dengan informasi eksternal yang disajikan, membentuk pemahman, dan merevisi kelemahan dari model mental. Sedangkan Kwon, Kumala dan Howland (Tekeng, 2015, hlm. 175) mengungkapkan *self-explanation* sebagai aktivitas reflektif menjelaskan kepada diri sendiri bahan belajar dengan tujuan untuk memahami fakta dari materi pembelajaran atau untuk memperbaiki kesalahpahaman.

Renkl (Chi, 2008, hlm. 181) mendefinisikan *self-explanation* sebagai strategi inferensi dan pemantauan pemahaman. Berdasarkan definisi ini *self-explanation* bertujuan untuk: 1) antisipasi penalaran untuk memprediksi tidakan yang dilakukan berikutnya; 2) menghubungkan antara tujuan dan tidakan pada saat menghadapi masalah; 3) untuk mengelaborasi masalah untuk menentukan tidakan dari solusi;

4) melihat koherensi antar teks, contoh dan masalah; 5) memantau pemahaman negatif (kesalahan dalam pemahaman; dan 6) memantau pemahaman positif.

Melalui *Self-Explanation*, mahasiswa diminta untuk menerapkan semua informasi tentang prinsip-prinsip, konsep, dan definisi mereka telah belajar dari teks atau bahan ajar (Tekeng, 2015: hlm. 176). Oleh karena itu, kemampuan mahasiswa dalam pemahaman konsep, penalaran dan pembuktian matematis dapat terlatih dengan lebih dalam dan lebih lengkap. Selain itu, mahasiswa juga dapat memperoleh informasi tambahan karena sementara mereka menjelaskan contoh, mereka memperbaiki atau memperluas kondisi dari suatu tindakan, menjelaskan konsekuensi dari tindakan dan banyak lagi.

Diperlukanya pembelajaran yang menekankan pada keaktifan mahasiswa pada perkuliahan geometri dasar untuk mengembangkan kemampuan pemahaman, penalaran dan pembuktian matematis tidak terlepas dari kurang optimalnya pembelajaran saat ini. Pembelajaran pada tingkat perguruan tinggi masih didominasi peranan dosen yang dilakukan dengan pembelajaran langsung (Isnarto, 2014). Al-Tabany (2014, hlm. 93) mengatakan bahwa *Direct Instruction* (pembelajaran langsung) adalah model pengajaran yang berpusat pada dosen, dimana pendekatan ini dirancang khusus untuk menunjang proses belajar siswa yang berkaitan dengan pengetahuan deklaratif dan pengetahuan prosedural yang terstruktur dengan baik yang dapat diajarkan dengan pola kegiatan bertahap, selangkah demi selangkah. Sedangkan Carnine (Schug *et.al*, 2001, hlm. 3) mendefinisikan model *direct instruction* sebagai sebuah pendekatan mengajar yang berorientasi pada keterampilan dan praktek mengajar yang diarahkan oleh guru. Sehingga, pada model *Direct Instruction* peran serta dosen dalam perkuliahan sangat dominan.

Mengacu pada alasan tersebut, dalam rangka mengoptimalkan kemampuan pemahaman konsep, penalaran dan pembuktian matematis mahasiswa dalam perkuliahan geometri dasar diterapkan model pembelajaran yang menekankan pada keaktifan mahasiswa salah satunya model *guided discovery learning* dengan strategi *self-explanation*. Sehingga, perkuliahan dalam mata kuliah geometri dasar dapat dioptimalkan untuk mengembangkan kemampuan pemahaman konsep, penalaran dan pembuktian matematis mahasiswa.

Untuk mengeksplorasi kemampuan pemahaman konsep, penalaran dan pembuktian matematis mahasiswa ditentukan seberapa jauh kemampuan awal matematika yang dimilikinya. Menurut Galton (Ruseffendi, 1991) dari sekelompok mahasiswa yang dipilih secara acak akan selalu dijumpai siswa yang memiliki kemampuan tinggi, sedang, dan rendah, hal ini disebabkan kemampuan siswa menyebar secara distribusi normal.

Proses penentuan kelompok tinggi, sedang dan rendah ini adalah dengan cara mengurutkan skor hasil belajar matematika sebelumnya (ulangan harian, ujian tengah semester atau ujian nasional. Hal ini sejalan dengan temuan Begle (Darhim, 2004) melalui penelitiannya bahwa salah satu prediktor terbaik untuk kemampuan matematis adalah hasil belajar matematika sebelumnya.

Selain itu, dalam kondisi pembelajaran di kelas kemampuan siswa berbeda-beda sehingga diperlukan penyesuaian lingkungan belajar. Pemilihan model pembelajaran yang tepat diperlukan menjembatani semua kemampuan mahasiswa yang terjadi dalam suatu perkuliahan. Hal ini seperti yang diungkapkan oleh Russeffendi (1991), perbedaan kemampuan siswa bukan semata-mata bawaan dari lahir, tetapi juga dipengaruhi oleh lingkungan. Oleh karena itu, pemilihan metode yang tepat untuk pembelajaran matematika sangat diperlukan.

Dalam pembelajaran mahasiswa diajarkan bagaimana memaknai suatu permasalahan pembuktian matematis sehingga mampu mendeskripsikan masalah matematis dan dapat mengkoneksika konsep-konsep geometri yang ada yang dimilikinya menggunakan teorema, definisi sehingga mampu membuktikan suatu permasalahan geometri sesuai dengan kemampuan awal yang dimilikinya. Penggunaan penalaran dibutuhkan untuk menentukan konjektur dan menjastifikasi konjektur yang telah dibuat atas dasar pemahaman konsep geometri yang dimiliki mahasiswa. Proses penentuan konjektur dalam pembuktian matematis dilakukan dengan mengeksplorasi masalah-masalah geometri yang akan dibuktikan yang selanjutnya dijadikan data untuk dijastifikasi dalam suatu kesimpulan berupa bukti formal. Dengan memperhatikan beberapa hal tersebut di atas, maka pembelajaran dengan model *guided discovery learning* dipandang tepat dalam upaya peningkatan kemampuan pemahaman konsep, penalaran dan pembuktian matematis. Penelitian

ini dirancang untuk melihat kemampuan pemahaman konsep, penalaran dan pembuktian matematis mahasiswa calon guru matematika menggunakan model *guided discovery learning* dengan strategi *self-explanation*.

B. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk memperoleh gambaran tentang pencapaian dan peningkatan kemampuan pemahaman konsep, penalaran dan pembuktian matematis mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation* dengan mendasarkan pada kemampuan awal matematis mahasiswa (KAM) pada mata kuliah geometri dasar.

C. Pertanyaan Penelitian dan Rumusan Masalah

Penelitian ini memiliki pertanyaan penelitian yaitu “bagaimana kemampuan pemahaman konsep, penalaran dan pembuktian matematis dapat dibangun melalui model *guided discovery learning* dengan strategi *self-explanation*?”. Berdasarkan latar belakang masalah, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Apakah terdapat perbedaan pencapaian kemampuan pemahaman konsep matematis antara mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation* dan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Direct Instruction*?
2. Apakah terdapat perbedaan pencapaian kemampuan pemahaman konsep matematis antara mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation* dan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Direct Instruction* berdasarkan jenjang kemampuan awal matematis (KAM) mahasiswa ?

3. Apakah terdapat pengaruh interaksi antara model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation* dan faktor kemampuan awal mahasiswa terhadap terhadap pencapaian kemampuan pemahaman konsep matematis?
4. Apakah terdapat perbedaan pencapaian kemampuan penalaran matematis antara mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation* dan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Direct Instruction*?
5. Apakah terdapat perbedaan pencapaian kemampuan penalaran matematis antara mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation* dan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Direct Instruction* berdasarkan jenjang kemampuan awal matematis (KAM) mahasiswa ?
6. Apakah terdapat pengaruh interaksi antara model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation* dan faktor kemampuan awal mahasiswa terhadap terhadap pencapaian kemampuan penalaran matematis?
7. Apakah terdapat perbedaan pencapaian kemampuan pembuktian matematis antara mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation* dan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Direct Instruction*?
8. Apakah terdapat perbedaan pencapaian kemampuan pembuktian matematis antara mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation* dan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Direct Instruction* berdasarkan jenjang kemampuan awal matematis (KAM) mahasiswa ?
9. Apakah terdapat pengaruh interaksi antara model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation* dan faktor kemampuan awal mahasiswa terhadap terhadap pencapaian kemampuan pembuktian matematis?
10. Apakah terdapat perbedaan peningkatan kemampuan pemahaman konsep matematis antara mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation* dan

mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Direct Instruction*?

11. Apakah terdapat perbedaan peningkatan kemampuan pemahaman konsep matematis antara mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation* dan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Direct Instruction* berdasarkan jenjang kemampuan awal matematis (KAM) mahasiswa?
12. Apakah terdapat pengaruh interaksi antara model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation* dan faktor kemampuan awal mahasiswa terhadap peningkatan kemampuan pemahaman konsep matematis?
13. Apakah terdapat perbedaan peningkatan kemampuan penalaran matematis antara mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation* dan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Direct Instruction*?
14. Apakah terdapat perbedaan peningkatan kemampuan penalaran matematis antara mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation* dan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Direct Instruction* berdasarkan jenjang kemampuan awal matematis (KAM) mahasiswa ?
15. Apakah terdapat pengaruh interaksi antara model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation* dan faktor kemampuan awal mahasiswa terhadap peningkatan kemampuan penalaran matematis?
16. Apakah terdapat perbedaan peningkatan kemampuan pembuktian matematis antara mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation* dan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran dengan model *Direct Instruction*?
17. Apakah terdapat perbedaan peningkatan kemampuan pembuktian matematis antara mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation* dan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Direct Instruction* berdasarkan jenjang kemampuan awal matematis (KAM) mahasiswa ?

18. Apakah terdapat pengaruh interaksi antara model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation* dan faktor kemampuan awal mahasiswa terhadap peningkatan kemampuan pembuktian matematis?
19. Bagaimana dukungan model *guided discovery learning* dengan strategi *self-explanation* terhadap kemampuan pembuktian matematis mahasiswa?
20. Bagaimana gambaran tentang penjenjangan kemampuan pembuktian matematis mahasiswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan model *Guided Discovery Learning* dengan strategi *Self-Explanation*?

D. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini yang diharapkan dari siswa, guru dan juga peneliti adalah:

1. Manfaat Teoritis

Manfaat penelitian ini terutama dalam pendidikan matematika diharapkan dapat memberikan kerangka berpikir bagi penelitian selanjutnya dalam meningkatkan kemampuan pemahaman konsep, penalaran dan pembuktian matematis

2. Manfaat Praktis

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat praktis dalam meningkatkan kualitas perkuliahan, khususnya mata kuliah geometri dasar. Temuan-temuan dari penelitian ini diharapkan bermanfaat bagi pihak-pihak terkait, antara lain sebagai pertimbangan teoritis untuk pengembangan penelitian selanjutnya.